ВЕСТНИК УДМУРТСКОГО УНИВЕРСИТЕТА

МАТЕМАТИКА 2008. № 1

УДК 517.917

П. С. Иванов

ПОКАЗАТЕЛИ ЛЯПУНОВА ЛИНЕЙНОЙ СИСТЕМЫ С ПОСЛЕДЕЙСТВИЕМ [1]

Для линейной системы с последействием изучаются конечномерные подпространства решений, задаваемые конечным набором конечных показателей Ляпунова конечной кратности.

Ключевые слова: линейные системы с последействием, приводимость, показатели Ляпунова, ляпуновские инварианты.

Введение

Данная работа посвящена изучению свойств решений дифференциального включения

$$\dot{x} \in F(f^t\sigma, x), \quad \sigma \in \Sigma, \quad x \in \mathbb{R}^n, \tag{0.1}$$

где $F(\sigma, x)$ представляет собой компактное множество в $\mathbb{R}^n$, а Σ — компактное метрическое пространство, минимальное относительно потока f^t.

Следует отметить, что пока отсутствует «принцип плотности» для рекуррентных решений.

Рассматриваемая здесь система уравнений с последействием порождает полупоток на некотором банаховом пространстве функций. Это обстоятельство впервые отметил Н. Н. Красовский [1, глава 3].

§ 1. Основные обозначения и определения

Пусть $\mathbb{R}^n$ — стандартное евклидово пространство размерности n, $|x| = \sqrt{x^*x}$ — норма в $\mathbb{R}^n$ ....

Рассмотрим систему уравнений с последействием, то есть систему

$$\dot{x}(t) = \int_{-r}^{0} dA(t,s)x(t+s), \quad t \in \mathbb{R} = (-\infty, \infty). \tag{1.1}$$

[1] Работа выполнена при финансовой поддержке конкурсного центра Минобразования России (гранты Е06–1.0-5, Е07–1.0-100) и РФФИ (грант 06–01–00014).

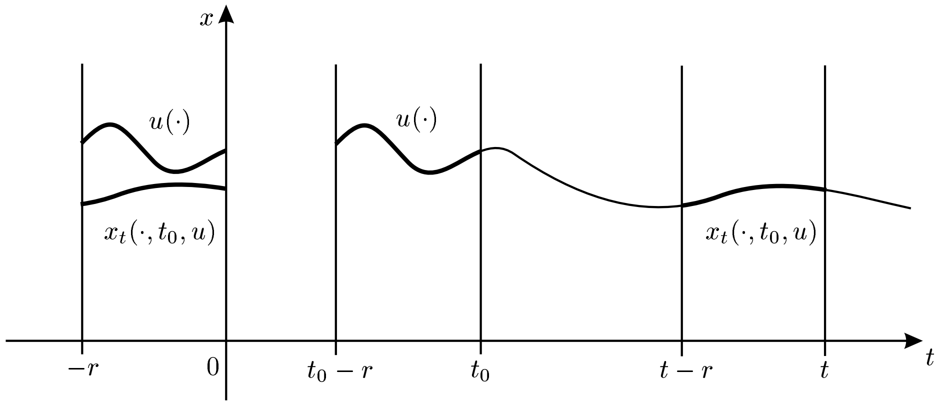

Рис. 1. Движение, порожденное решением системы (1.1)

В дальнейшем систему (1.1) будем отождествлять ....

$$\dot{y}(t) = \int_{-r}^{0} dB(t,s)y(t+s), \quad t \in \mathbb{R} = (-\infty, \infty). \tag{1.2}$$

З а м е ч а н и е 1. А. Д. Мышкис предлагает [2, с. 131] характеризовать асимптотическое поведение ....

§ 2. Инвариантные и вполне регулярные множества

О п р е д е л е н и е 1 (см. [3], [4, с. 110]). Подмножество $\mathfrak{X}_0$ будем называть *регулярным* (относительно системы ....

Лемма 1 (см. [2, с. 123]). *Пусть $\mathfrak{X}_0$ — фиксированное конечномерное линейное подпространство ....*

Д о к а з а т е л ь с т в о. Покажем, что .... □

§ 3. Теорема о приводимости

Мы предполагаем (см. рис. 1), что *множество попарно различных показателей Ляпунова системы A не более чем счетно и их можно упорядочить в порядке убывания.* Расположим функции $u^1 \ldots u^p$, образующие базис[2] в порядке возрастания ....

Теорема 1 (о триангуляции). *Если $\mathbb{S}^p$ вполне регулярно, то:*

[2]При каждом t запись $\dot{L}(t)$ означает ....

а) *найдутся система* B (*с ограниченной на* $\mathbb{R}_+$ *матрицей* $B(t)$) *и ляпуновское преобразование, приводящее* $(A, \mathbb{S}^p)$ *к* B;

б) *в множестве* $\{B\}$ *всех систем, кинематически подобных* $(A, \mathbb{S}^p)$, *найдется система с непрерывной и ограниченной верхней треугольной матрицей* $B(t)$.

§ 4. Доказательство теоремы 1

1. Еще раз поясним смысл некоторых обозначений. Зафиксируем в подпространстве ....

2. Выберем пока произвольную непрерывную функцию ....

3. Построим теперь функцию $t \to \widetilde{B}(t)$ так, ...

Далее, из равенства $\widehat{Y}(t,0) = V(t)$ следует неравенство

$$\widehat{Y}(t,0)| \leqslant \alpha |V(t)Z(t)| = \ldots = \alpha |Z(t)| \leqslant \alpha \sqrt{r}\, \|U_t\|_{\mathbb{R}^p \to \mathfrak{S}}, \tag{4.1}$$

что и требовалось доказать. □

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Красовский Н. Н. Некоторые задачи теории устойчивости движения. М.: Физматгиз, 1959.
2. Мышкис А. Д. Линейные дифференциальные уравнения с запаздывающим аргументом. М.: Наука. 1972.
3. Stokes A. A Floquet theory for functional-differential equations // Proc. Nat. Ac. of Sci. 1962. Vol. 48, № 8. P. 1330–1334.
4. Шиманов С. Н. К теории линейных дифференциальных уравнений с последействием // Дифференц. уравнения. 1965. Т. 1, № 1. С. 102–116.
5. Мастерков Ю. В., Родина Л. И. О построении неупреждающего управления для систем со случайными параметрами // Вестн. Удм. ун-та. Математика. Ижевск, 2005. № 1. С. 101–114.
6. Дерр В. Я. Об одном обобщении интеграла Римана–Стилтьеса // Известия Ин-та матем. и информ. УдГУ. Ижевск, 1997. Вып. 3 (11). С. 3–29.
7. Ченцов А. А., Ченцов А. Г., Ченцов П. А. Об одном обобщении задачи курьера // Алгоритмы и программные средства параллельных вычислений: Сб. Екатеринбург: УрО РАН. 2004. Вып. 8. С. 178–235.
8. Незнахин А. А., Ушаков В. Н. Сеточный метод приближенного построения ядра выживаемости для дифференциального включения // Распределенные системы: оптимизация и приложения в экономике и науках об окружающей среде: Сб. докл. Междунар. конф. Екатеринбург: УрО РАН, 2000. С. 156–158.
9. Белоусов В. А., Калядин Н. И., Липовецкий Ю. М. Классификация текстур методом коллективного голосования // Методы и средства обработки сложноструктурированной семантической насыщенной графической информации: Тез. докл. I Всесоюз. конф. Горький, 1983. С. 145–146.

10. Белоусов В. А., Калядин Н. И. Конструктивные модели классификации. Ижевск. 17 с. Деп. в ВИНИТИ 21.02.83, №1142-83.
11. Филиппова Т. Ф. Задачи о выживаемости для дифференциальных включений: Дис. . . . д-ра физ.-матем. наук. Екатеринбург: Ин-т матем. и механ. УрО РАН, 1992. 266 с.
12. Алфимов М. В., Либкинд А. Н., Либкинд И. А., Минин В. А. Информационные потоки в РФФИ: Новый подход к цитированию. `http://intra.rfbr.ru/pub/vestnik/V4_01/1_1.htm`

Поступила в редакцию 01.09.07

P. S. Ivanov
Lyapunov exponents of linear system with delay

The paper presents the conditions of total controllability of the linear nonstationary system when a rank of Krasovskii matrix is less than a dimension of the system.

Иванов Петр Сидорович
Урюпинский государственный
университет
206001, Россия, г. Урюпинск,
ул. Университетская, 1 (корп. 4)
E-mail: psi@usu.mat.com

ЕСЛИ АВТОРОВ БОЛЬШЕ, ТО ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРАХ ОФОРМЛЯЕТСЯ В ДВА СТОЛБИКА:

Иванов Петр Сидорович
Урюпинский государственный
университет,
206001, Россия, г. Урюпинск,
ул. Университетская, 1 (корп. 4)
E-mail: psi@usu.mat.com

Петров Иван Сидорович
Ижевский электромеханический
завод «Купол»
216003, Россия, г. Ижевск,
ул. Труда, 1
E-mail: petrov@udm.net

Сидоров Иван Петрович
Моршанская табачая
фабрика «Дым Отечества»
316003, Моршанск,
ул. Дымная, 2
E-mail: vsem@tabak.ru