

Министерство высшего образования и науки РФ
Федеральное агентство по образованию Государственное образовательное
учреждение высшего профессионального образования
ИЖЕВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

С.В. Дзюин
Ю.Н. Черенков
П.В. Неклюдов

**Методические указания к лабораторным работам по курсу «Основы
теории цепей», лабораторная работа «Последовательный колебательный
контур»**

Для студентов 1, 2 курсов специальностей 201200, 200700

Ижевск 2005

Рецензент: кандидат технических наук, доцент кафедры «Сети и Телекоммуникационные системы», ИжГТУ А.Е. Кайсин,

С.В. Дзюин, Ю.Н. Черенков, П.В. Неклюдов.

Методические указания к лабораторным работам по курсу «Основы теории цепей», лабораторная работа «Последовательный колебательный контур» для студентов 1, 2 курсов специальностей 201200, 200700.

г. Ижевск – Издательство ИжГТУ, 2005.

Методическое пособие предназначено для студентов 1, 2 курсов специальностей «Радиотехника» и «Средства связи с подвижными объектами».

Содержание.

Содержание.....	3
Введение.....	4
1. Последовательный колебательный контур.....	4
1.1. Основные соотношения.....	4
1.2. Энергетические соотношения в колебательном контуре. Добротность контура. Нагруженный контур.....	7
1.3. Входные частотные характеристики последовательного колебательного контура.....	9
1.4. Передаточные функции последовательного контура.....	12
1.5. Влияние внутреннего сопротивления генератора на избирательные свойства последовательного колебательного контура.....	14
2. Практическое задание на лабораторную работу.....	15
3. Содержание отчёта по лабораторной работе.....	16
4. Контрольные вопросы.....	16
5. Литература.....	17

Введение.

Одной из задач радиотехники является осуществление так называемой частотной избирательности радиоустройств.

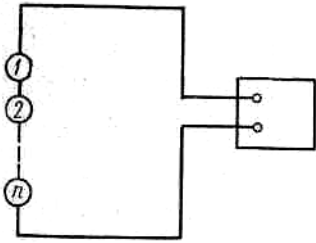


Рис. 4-1. Схема цепи, находящейся под воздействием нескольких источников колебаний.

Пусть на некоторую цепь воздействует несколько источников колебаний разных частот: $1, 2, 3, \dots, n$ (рис.1). Каждый источник создает колебания одной частоты ($\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_n$), или одновременно несколько колебаний различных частот, лежащих вблизи («по бокам») этой частоты. На рис.2,а изображена шкала частот, где отрезками жирной линии обозначены полосы частот $\Delta\omega_1, \Delta\omega_2, \Delta\omega_n$, отведенные для работы источников. В центре полос находятся частоты $\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_n$.

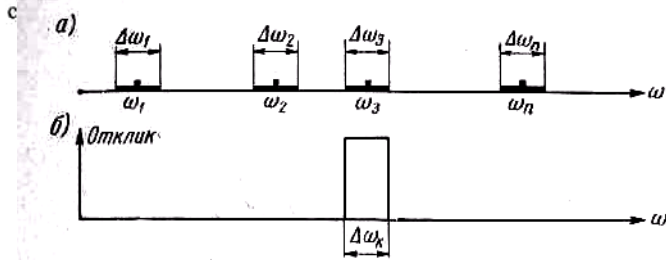


Рис. 4-2. Частоты источников воздействия (а) и частотная характеристика избирательной системы (б)

а

пропускает лишь частоты, лежащие внутри полосы $\Delta\omega_k$. Если полоса частот $\Delta\omega_k$ совпадает с $\Delta\omega_1$, цепь «избирает» из множества воздействий лишь колебания первого источника. Воздействие всех остальных источников не вызывает никаких откликов. Можно предусмотреть возможность сдвига полосы $\Delta\omega_k$ по шкале частот. Сдвинув эту полосу до совпадения с частотами области $\Delta\omega_3$, получим цепь, пропускающую колебания третьего источника. Реализовать цепи с прямоугольной формой ЧХ, показанной на рис.2,б, физически невозможно. Но можно приблизиться к этому виду характеристики, если использовать с этой целью так называемые колебательные (резонансные) системы. Их применение позволяет получать частотно-избирательные цепи с узкими полосами пропускания ($\Delta\omega_k \ll \omega$); эти полосы можно «перемещать» по шкале частот. В этом заключается одна из причин широкого распространения колебательных цепей в радиотехнике.

1. Последовательный колебательный контур.

1.1. Основные соотношения.

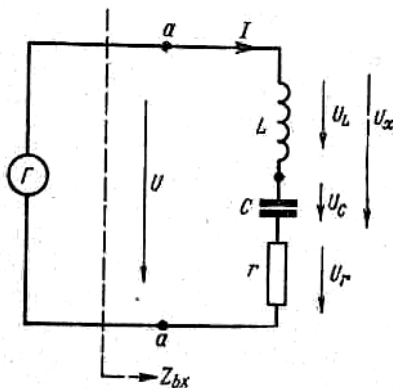


Рис. 4-3. Последовательный колебательный контур

Последовательным колебательным контуром, называется цепь, составленная из катушки индуктивности и конденсатора, соединенных последовательно относительно входных зажимов, к которым может быть подключен генератор или другие элементы цепи. На рис.3 изображена схема контура, в которую входят сосредоточенные элементы: индуктивность L , емкость C и активное сопротивление r , включенные последовательно по отношению к входным зажимам a - a . В схеме генератор гармонических колебаний Γ может быть заменен одной из эквивалентных схем (генератор э.д.с. или тока).

Пусть амплитуда напряжения на зажимах генератора неизменна и не зависит от тока, проходящего в цепи. Это

равносильно равенству 0 внутреннего сопротивления генератора ($R_i=0$) и напряжение U на зажимах равно его э.д.с. E . Ток в цепи находится из уравнения второго закона Кирхгофа для комплексных амплитуд:

$$rI + j\omega LI - j\frac{1}{\omega C}I = \dot{E}. \quad (1)$$

Из (1) следует, что

$$\frac{\dot{E}}{r + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)} = \frac{\dot{E}}{Z_{вх}}. \quad (2)$$

Где $Z_{вх} = r + jx_{вх}$ - входное комплексное сопротивление контура;

$r_{вх} = r$ - активная составляющая входного сопротивления;

$x_{вх} = \omega L - 1/\omega C$ - реактивная составляющая входного сопротивления.

В зависимости от соотношения индуктивного $xL = \omega L$ и емкостного сопротивлений $xC = 1/\omega C$ существует три случая:

1) $xL > xC$; тогда $x_{вх} > 0$, т. е. реактивная составляющая входного сопротивления имеет индуктивный характер;

2) $xL < xC$, $x_{вх} < 0$, реактивная составляющая входного сопротивления имеет емкостный характер;

3) $xL = xC$, реактивная составляющая входного сопротивления равна нулю ($x_{вх} = 0$).

Для этих случаев построим векторные диаграммы напряжений и тока в цепи, имея в виду, что напряжение на индуктивности $U_L = IxL$ опережает по фазе ток на угол $\pi/2$, на емкости $U_C = IxC$ отстает от тока на угол $\pi/2$, а на активном сопротивлении $U_r = Ir$ совпадает по фазе с током.

Комплексная амплитуда э.д.с. питающего источника равна сумме комплексных амплитуд этих трех напряжений:

$$\dot{E} = \dot{U}_L + \dot{U}_C + \dot{U}_r = \dot{U}.$$

Т.к. напряжения U_L и U_C противоположны по фазе, амплитуда напряжения на зажимах последовательного соединения L и C

$$U_x = |U_L - U_C| \quad \text{и} \quad \dot{U} = \dot{U}_x + \dot{U}_r.$$

Если $xL > xC$, векторная диаграмма имеет вид, показанный на рис.4,а. Т.к. $U_L > U_C$, напряжение U_x опережает ток на угол $\pi/2$. Ток отстает от напряжения на угол

$$\varphi = \arctg \frac{x_L - x_C}{r}. \quad (3)$$

Если $xL < xC$, векторная диаграмма изображена на рис.4,б. Напряжение U_x отстает по фазе от тока на угол $\pi/2$. Ток опережает напряжение источника; угол сдвига фаз между ними выражается также формулой (3), он в этом случае отрицателен.

Особый интерес представляет случай, когда $xL = xC$. При этом $x_{вх} = 0$ (Рис.4,в).

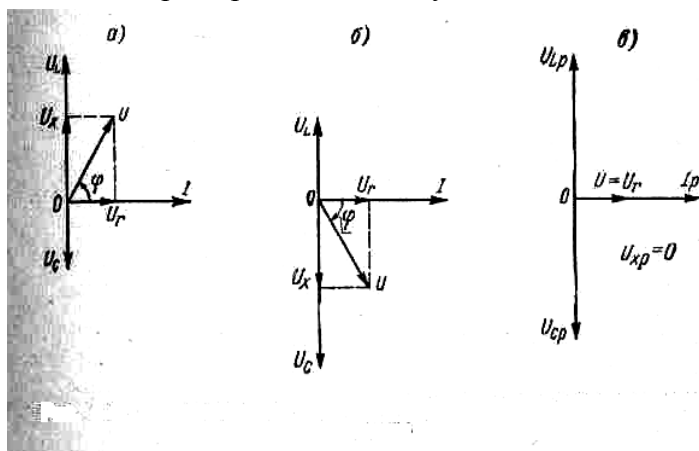


Рис.4. Векторные диаграммы последовательного колебательного контура.

Режим цепи, при котором реактивная составляющая входного сопротивления, несмотря на наличие реактивных элементов, равна нулю, называется резонансом. При резонансе входное сопротивление цепи активно:

$$Z_{вх.p} = r$$

Амплитуды напряжений на реактивных элементах равны между собой:

$$UL_p = UC_p \quad (4)$$

Поэтому напряжение $UX_p = UL_p - UC_p = 0$. Сдвиг фаз между напряжением и током в цепи $\varphi=0$. Приложенная э.д.с. уравнивается только падением напряжения на активном сопротивлении: $E=I_p r$, где I_p - амплитуда тока при резонансе.

В контуре с заданными параметрами L и C резонанс наступает при определенной частоте ω_0 величина которой определяется из равенства

$$x_{вх} = \omega_0 L - \frac{1}{\omega_0 C} = 0, \quad \text{откуда}$$

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad (5)$$

Частота, при которой реактивная составляющая входного сопротивления равна нулю, называется резонансной частотой цепи. Резонансная частота контура зависит от параметров реактивных элементов L и C и возрастает с их уменьшением.

Угловой частоте ω_0 соответствует частота

$$f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi} = \frac{1}{2\pi \sqrt{LC}} \quad (6)$$

и длина волны

$$\lambda_0 = \frac{c}{f_0} = 2\pi c \sqrt{LC}, \quad (7)$$

Если $\omega = \omega_0$, то говорят, что контур настроен на частоту источника. Если $\omega \neq \omega_0$, то контур расстроен.

В настроенном контуре индуктивное и емкостное сопротивления реактивных элементов равны между собой:

$$\omega_0 L = \frac{1}{\omega_0 C} = \frac{U_K}{I_p}, \quad (8)$$

где U_K - амплитуда напряжения на каждом из реактивных элементов контура (при резонансе), которое называется напряжением в контуре. Подставив в (8) вместо ω_0 ее значение из (5), получим

$$\omega_0 L = \frac{1}{\omega_0 C} = \sqrt{\frac{L}{C}}$$

Величина

$$\rho = \sqrt{\frac{L}{C}} = \frac{U_K}{I_p} \quad (9)$$

называется характеристическим сопротивлением (характеристикой) колебательного контура. В колебательных контурах, используемых в радиотехнике $\rho \approx 100-500 \text{ Ом}$.

Осуществить резонанс в колебательном контуре можно двумя способами:

а) изменяя частоту источника при неизменных параметрах контура так, чтобы она оказалась равной резонансной частоте контура; б) изменяя при неизменной частоте источника параметры контура L и C (или одного из них) т.о., чтобы его резонансная частота стала равной частоте воздействующих колебаний.

Из (2) видно, что ток в последовательном колебательном контуре при настройке в резонанс достигает наибольшего значения

$$I_p = E/r. \quad (10)$$

Расстройка контура влечет за собой уменьшение амплитуды тока до величины

$$I = \frac{E}{\sqrt{r^2 + x_{вх}^2}} \quad (11)$$

В электротехнических системах резонанс и связанное с ним резкое возрастание тока, а значит, и напряжений на реактивных элементах цепи, может быть опасным, поэтому принимаются меры для его предотвращения. В радиотехнике резонанс в колебательных системах находит практическое применение: для осуществления частотной избирательности цепи, в устройствах генерирования колебаний высокой частоты и т. д.

1.2. Энергетические соотношения в колебательном контуре. Добротность контура. Нагруженный контур.

Рассмотрение энергетических соотношений в контуре начнем с режима резонанса, когда $\omega = \omega_0$; $UL_p = UC_{cp} = Uk$.

Т.к. ток в цепи опережает напряжение на емкости на угол $\pi/2$, то, полагая начальную фазу тока равной нулю, получим для мгновенных значений напряжения и тока:

$$i_p = I_p \cos \omega_0 t, \quad u_{Cp} = UC_{cp} \sin \omega_0 t = U \sin \omega_0 t; \quad (12)$$

На рис.5,а нанесены временные диаграммы тока i_p и напряжения u_{Cp} .

Мгновенное значение энергии магнитного поля

$$w_L = \frac{LI_p^2}{2}, \quad (4-13)$$

Мгновенное значение энергии электрического поля

$$w_C = \frac{CU_{Cp}^2}{2}. \quad (14)$$

Кривые зависимости w_L и w_C от времени показаны на рис.5,б. Максимальные величины запасаемой в магнитном и электрическом полях энергии составляют

$$\left. \begin{aligned} W_{Lp, \text{ макс}} &= \frac{LI_p^2}{2}, \\ W_{Cp, \text{ макс}} &= \frac{CU_{Cp}^2}{2}. \end{aligned} \right\} (15)$$

Поделив эти выражения друг на друга и имея в виду, что

$$\frac{U_{Cp}}{I_p} = \rho^2 = \frac{L}{C},$$

получим $W_{Lp, \text{ макс}} = W_{Cp, \text{ макс}} = W$,

т.е. максимально запасаемые в электрическом и магнитном полях количества энергии равны между собой.

Если просуммировать мгновенные значения энергии магнитного и электрического полей (формулы 13,14), то с учетом (15) найдем

$$w_{Lp} + w_{Cp} = \frac{LI_p^2}{2} \cos^2 \omega_0 t + \frac{CU_{Cp}^2}{2} \sin^2 \omega_0 t,$$

но т.к. $\frac{LI_p^2}{2} = \frac{CU_{Cp}^2}{2}$, то $w_{Lp} + w_{Cp} = W$, т.е. в любой момент времени суммарная энергия, запасенная в электрическом и магнитном полях, равна постоянной величине W .

Расчеты показывают, что в режиме резонанса запас энергии электромагнитного поля, связанного с цепью, остается неизменным. Энергия непрерывно перераспределяется между электрическим и магнитным полями. В моменты $t=0, T/2, T, \dots$ - энергия сосредоточена в магнитном поле; в моменты $t=T/4, 3T/4, \dots$ - в электрическом, а в промежуточные моменты - в обоих полях.

Для определения роли генератора в энергетических процессах, следует учесть, что реактивная составляющая входного сопротивления $x_{вх} = xL - xC$

Подставляя сюда вместо xL и xC их выражения через величины энергии магнитного и электрического полей, получим

$$x_{вх} = \frac{2\omega (W_{L \text{ макс}} - W_{C \text{ макс}})}{I_p^2}. \quad (16)$$

При резонансе $W_{Lp, \text{ макс}} = W_{Cp, \text{ макс}}$, поэтому $x_{вх.p} = 0$. В энергетическом смысле это означает, что в установившемся режиме генератор не принимает участия в процессе запасания энергии в электрическом и магнитном полях. Энергия, первоначально запасенная в

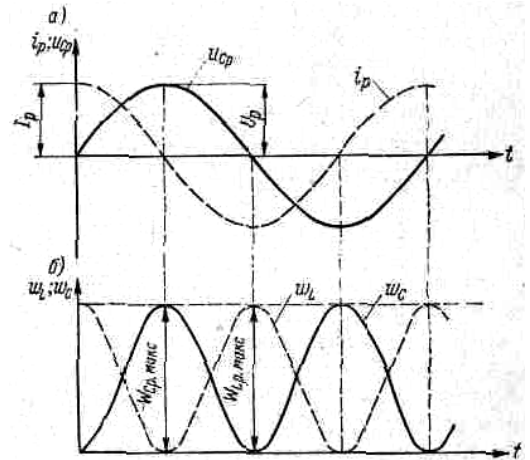


Рис. 4-5. Временные диаграммы

цепи при подключении к генератору, в последующем перераспределяется между полями катушки индуктивности и конденсатора без участия генератора. Именно поэтому рассматриваемые цепи называются колебательными.

Наряду с периодическим обменом энергией между электрическим и магнитным полями в цепи происходят потери энергии в активном сопротивлении r .

Т.к. входное сопротивление при резонансе активно и составляет $r_{вх} = r = 2P / I^2$, задача генератора в энергетическом смысле заключается только в поставке активной мощности, расходуемой в сопротивлении r .

Если бы цепь не имела активного сопротивления ($r=0$), то не было бы потерь энергии, а генератор в стационарном режиме стал бы ненужен. Его зажимы можно замкнуть накоротко, т.к. в идеальном (без потерь) контуре $r_{вх}=0$ и $E=Ipr_{вх}=0$. Несмотря на это, колебания все же происходили бы в контуре за счет энергии W , первоначально запасенной в цепи.

В расстроенном контуре $W_{Lмакс} \neq W_{Cмакс}$ и реактивная составляющая входного сопротивления не равна нулю:

$$x_{вх} = \frac{2\omega W_{xмакс}}{I^2},$$

где $W_{Xмакс} = W_{Lмакс} - W_{Cмакс}$.

Теперь генератор участвует в энергетическом обмене. Наряду с периодическим перераспределением энергии между индуктивностью и емкостью, часть энергии, равная $W_{Xмакс}$, то запасается в цепи (в магнитном, если $W_{Xмакс} > 0$, или в электрическом поле, если $W_{Xмакс} < 0$), то возвращается генератору.

Энергетические соотношения в контуре характеризуются величиной его добротности Q . Добротность контура рассчитывается для резонансной частоты $\omega = \omega_0$ и запасенная энергия равна полному запасу энергии. Т.о., добротность колебательной цепи

$$Q = 2\pi \frac{W}{W_{rT}} = \omega_0 \frac{W}{P}, \quad (17)$$

где $W_{rT} = PT_0 = P/f_0$ - энергия, расходуемая за период T_0 .

Для оценки возможных значений добротности контура подставим в (17)

$W = \frac{1}{2} I^2 L$ и $P = \frac{1}{2} I^2 r$ и, учитывая (5), получим

$$Q = \frac{\rho}{r} = \frac{1}{r} \sqrt{\frac{L}{C}}. \quad (18)$$

Т.к. характеристическое сопротивление измеряется величиной в среднем порядка нескольких сот ом, а активное сопротивление - порядка единиц ом, средние значения добротности колебательных контуров, используемых в радиотехнике, $Q \approx 100-300$. Осуществление добротности $Q > 400$ в контурах с сосредоточенными параметрами вызывает большие трудности.

Иногда вместо добротности пользуются обратной величиной

$$D = 1/Q \quad (18a)$$

называемой затуханием. Затухание радиотехнических колебательных контуров $D = 0,003-0,01$.

В радиотехнических устройствах колебательный контур иногда нагружается на активное сопротивление, включенное параллельно одному из реактивных элементов (например, емкости рис.6,а). Сопротивление нагрузки R_n увеличивает потери в системе и, т.о., влечет за собой уменьшение добротности. Для определения добротности нагруженного контура Q_n , заменим схему контура эквивалентной схемой (рис.6,б), в которой сопротивление, подключенное параллельно емкости C , заменено последовательным «вносимым» сопротивлением $r_{вн}$. Расчет производим для частоты, равной резонансной частоте.

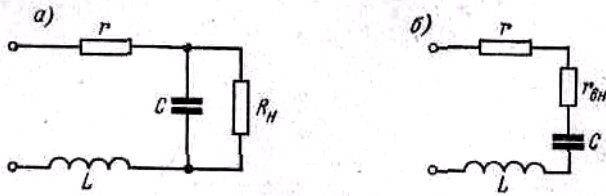


Рис. 4-6. Нагруженный колебательный контур

Обычно $R_n \gg 1/\omega_0 C$ или, иначе говоря, $R_n \gg \rho$. Поэтому для пересчета полагаем $r_{пар} = R_n$; $x_{пар} = 1/\omega_0 C = \rho$, получим

$$\left. \begin{aligned} r_{вн} &= \frac{\rho^2}{R_n}, \\ x_{посл} &\approx x_{пар} \approx \rho. \end{aligned} \right\} (19)$$

Т.о., эквивалентная схема содержит те же реактивные элементы, что исходная схема, но большее активное сопротивление $r+r_{вн}$. Поэтому добротность нагруженного контура

$$Q_n = \frac{\rho}{r+r_{вн}} = \frac{\rho}{r+\frac{\rho^2}{R_n}} \quad (20)$$

и затухание

$$d_n = \frac{r}{\rho} + \frac{\rho}{R_n} = d + d_{вн}, \quad (21)$$

где $d_{вн} = \rho/R_n$ - вносимое затухание.

Иногда вносимое сопротивление оказывается много больше, чем «собственное» сопротивление контура: $r_{вн} \gg r$. Тогда практически все потери в контуре учитываются параллельно включенным сопротивлением R_n а добротность будет

$$Q_n \approx \frac{\rho}{r_{вн}} = \frac{R_n}{\rho}, \quad (22)$$

а затухание

$$d_n \approx \frac{\rho}{R_n} = d_{вн}$$

Т.о., чем меньше сопротивление нагрузки R_n , тем меньше добротность нагруженного контура.

1.3. Входные частотные характеристики последовательного колебательного контура.

Изучение ЧХ колебательных контуров рассмотрим на примере характеристик входного сопротивления ненагруженного последовательного контура.

Активную составляющую входного сопротивления $r_{вх} = r$ можно приближенно считать не зависящей от частоты.

Реактивная составляющая входного сопротивления

$$x_{вх} = \omega L - \frac{1}{\omega C} = \omega_0 L \left[\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{1}{\omega_0 L \omega C} \right].$$

Т.к. $\omega_0 L = \rho$ и $\frac{1}{\sqrt{LC}} = \omega_0$, то

$$x_{вх} = \rho \left[\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right]. \quad (24)$$

На рис.7 приведен график $x_{вх}(\omega)$. Он получен сложением ординат кривых

$$x_L = \omega L \text{ и } -x_C = -\frac{1}{\omega C}.$$

Комплексное входное сопротивление

$$Z_{вх} = r + jx_{вх} = r(1 + j\xi), \quad (25)$$

где

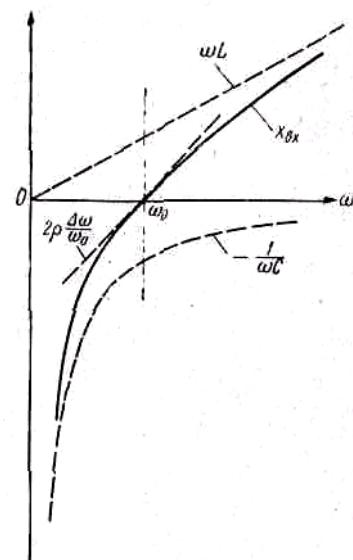


Рис. 4-7. Частотные характеристики реактивных сопротивлений.

$$\xi = \frac{x_{вх}}{r} = \operatorname{tg} \varphi. \quad (26)$$

Подставив сюда значение $x_{вх}$ из (24) и учитывая, что $\rho/r = Q$, получим обобщенную расстройку

$$\xi = Q \left[\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right]. \quad (27)$$

При расчете радиотехнических контуров интересует главным образом их поведением в области частот, мало отличающихся от резонансной частоты ω_0 , когда частота генератора $\omega = \omega_0 + \Delta\omega$,

где $\Delta\omega$ - абсолютная расстройка - величина весьма малая по сравнению с ω_0 . Расстройка может быть как положительной (когда $\omega > \omega_0$), так и отрицательной (когда $\omega < \omega_0$).

Для частот, близких к резонансной частоте контура, вместо (24) получим приближенное выражение

$$x_{вх} \approx \rho \frac{(\omega + \omega_0)(\omega - \omega_0)}{\omega_0^2} \approx 2\rho \frac{\Delta\omega}{\omega_0}. \quad (28)$$

Здесь $\Delta\omega/\omega_0$ - относительная расстройка.

На рис.7 нанесена штриховая прямая, построенная по формуле (28). Используя (28), для малых расстроек обобщенная расстройка будет

$$\xi \approx 2Q \frac{\Delta\omega}{\omega_0} \quad (29)$$

а комплексное входное сопротивление

$$z_{вх} \approx r \left(1 + j2Q \frac{\Delta\omega}{\omega_0} \right). \quad (30)$$

Из (25) и (30) следует, что модуль

$$z_{вх} = r \sqrt{1 + \xi^2} \quad (31)$$

и фазовый угол

$$\varphi = \operatorname{arctg} \xi. \quad (32)$$

В области малых расстроек

$$z_{вх} \approx r \sqrt{1 + \left(2Q \frac{\Delta\omega}{\omega_0} \right)^2},$$

$$\varphi \approx \operatorname{arctg} \left(2Q \frac{\Delta\omega}{\omega_0} \right) \approx 2Q \frac{\Delta\omega}{\omega_0}. \quad (33) \quad (34)$$

Полученные формулы дают возможность рассчитать и построить ЧХ, показанные (для некоторого значения

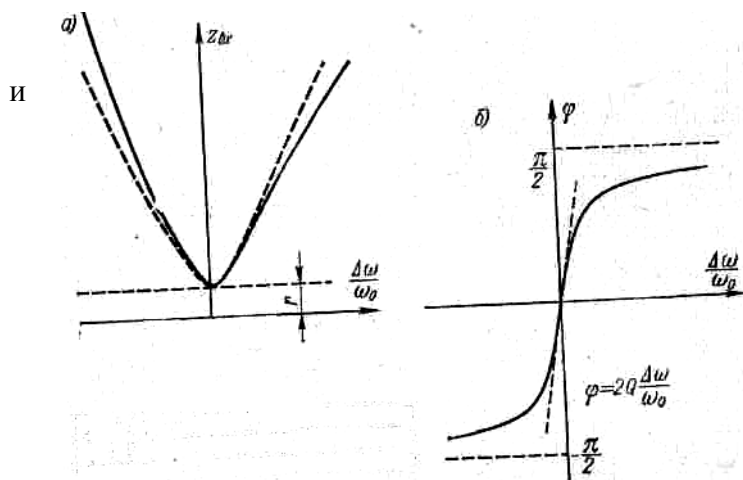


Рис. 8. Амплитудно-частотная (а) фазо-частотная (б) характеристики входного сопротивления

добротности Q) на рис.8. По оси абсцисс вместо частоты отложена пропорциональная ей величина относительной расстройки $\Delta\omega/\omega_0$. Штриховой линией нанесены кривые, построенные по приближенным формулам (33) и (34).

При резонансе $Z_{вх}$ равно активному (небольшому)

сопротивлению r (рис.8,а). При отклонении от частоты резонанса в любую сторону полное входное сопротивление возрастает.

Фазо-частотная характеристика изображена на рис.8,б. В области малых расстроек она близка к прямой линии (34). Наклон определяется величиной добротности контура: чем выше добротность, тем большую крутизну имеет характеристика. При больших расстройках

фазовый угол стремится или к $+\pi/2$ ($\Delta\omega > 0$), или к $-\pi/2$ ($\Delta\omega < 0$). От ЧХ входного сопротивления можно перейти к характеристике тока в цепи. Амплитуда тока

$$I = \frac{E}{Z_{вх}} = \frac{E}{r\sqrt{1+\xi^2}} \quad (35)$$

Поделив это выражение на значение тока при резонансе $I_p = E/r$, получим нормированную величину тока

$$n\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right) = \frac{I}{I_p} = \frac{1}{\sqrt{1+\xi^2}} = \frac{1}{\sqrt{1+Q^2\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)^2}} \quad (36)$$

Это выражение представляет в относительных единицах закон изменения амплитуды тока в контуре в зависимости от частоты. Для области малых расстройк

$$n\left(\frac{\Delta\omega}{\omega_0}\right) \approx \frac{1}{\sqrt{1+(2Q\frac{\Delta\omega}{\omega_0})^2}} \quad (37)$$

Кривые зависимости величины n от относительной расстройки для разных значений Q при изменении частоты в широких пределах приведены на рис.9,а. Штриховой линией нанесены кривые, построенные по приближенной формуле (37). Видно, что хорошее совпадение кривых получается для малых относительных расстроек, когда $\Delta\omega/\omega_0 \leq 10\%$.

На рис.9,б представлены кривые для области малых расстроек и при относительно больших значениях добротности, также построенные по приближенной формуле, которая в этих условиях также применима.

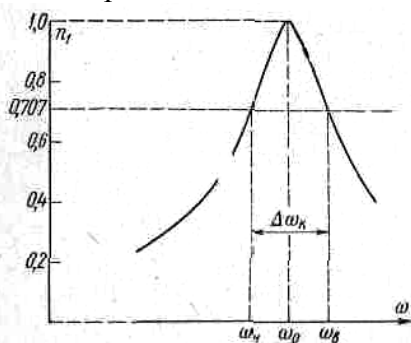


Рис. 4-10. К расчету полосы пропускания

Если по оси абсцисс откладывать обобщенную расстройку ξ , получим обобщенную характеристику, объединяющую в себе всевозможные случаи контуров с любой величиной Q (рис.9,в). Кривые зависимости n от $\omega\theta$ (или от $\Delta\omega/\omega_0$) при данном Q контура будем называть предельными резонансными характеристиками. Они реализуемы в случае, как это предполагалось, когда

амплитуда напряжения, питающего последовательный контур, постоянна, т.е. когда внутреннее сопротивление генератора равно нулю. Это в действительности невозможно. Поэтому эти характеристики и называются предельными.

По характеру кривых резонанса можно судить, насколько контур избирателен: чем острее резонансная характеристика, тем избирательнее контур. Из формул (36), (37) и рис.9 видно, что острота кривой резонанса определяется добротностью контура; чем больше Q , тем острее резонансная характеристика и, т.о., выше избирательность.

ЧХ колебательного контура по виду довольно сильно отличаются от идеальной (прямоугольной) формы характеристики, которая была представлена на рис.2,а. Частоты, пропускаемые контуром, приходится поэтому определять условно. Полосой пропускания контура $\Delta\omega_k$ называют интервал частот, на границах которого амплитуда тока падает до

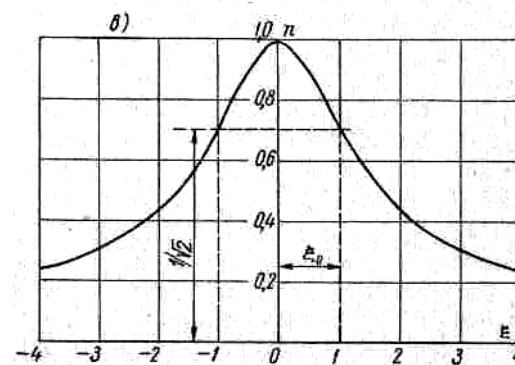
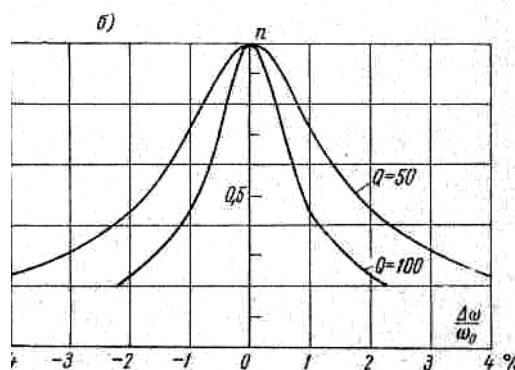
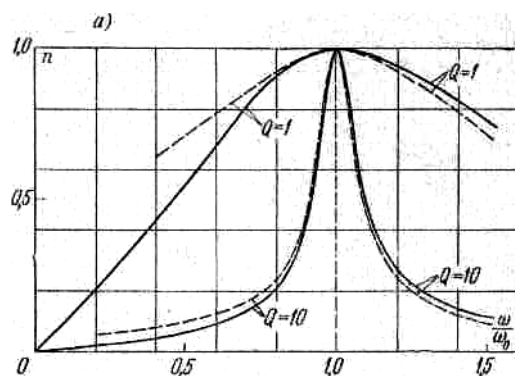


Рис. 4-9. Амплитудно-частотные характеристики нормированного тока

уровня, равного $1/\sqrt{2}$ от ее максимального значения, т. е. на границах полосы пропускания $n=1/\sqrt{2} \approx 0,707$ (рис.9,в).

Приняв в формуле (36) $n=0,707$, получим два значения обобщенной расстройки, соответствующих границам полосы пропускания (рис. 9,е): $\xi_0 = \pm 1$.

Полоса пропускания включает частоты от нижней ω_n до верхней граничной ω_b частоты (рис.10). Для нахождения граничных частот обратимся к формуле (27); ω_b соответствует $\xi_0 = +1$, а ω_n - $\xi_0 = -1$. Подставляя эти значения в (27), получим

$$\left. \begin{aligned} \frac{\omega_b}{\omega_0} &= \frac{d}{2} + \sqrt{1 + \frac{d^2}{4}}, \\ \frac{\omega_n}{\omega_0} &= -\frac{d}{2} + \sqrt{1 + \frac{d^2}{4}}. \end{aligned} \right\}$$

Отсюда получаем два квадратных уравнения:

$$\left. \begin{aligned} \omega_b^2 - d\omega_0\omega_b - \omega_0^2 &= 0, \\ \omega_n^2 + d\omega_0\omega_n - \omega_0^2 &= 0. \end{aligned} \right\}$$

Решения этих уравнений (отрицательные решения отбрасываем как не имеющие физического смысла) имеют вид.

$$\left. \begin{aligned} \frac{\omega_b}{\omega_0} &= \frac{d}{2} + \sqrt{1 + \frac{d^2}{4}}, \\ \frac{\omega_n}{\omega_0} &= -\frac{d}{2} + \sqrt{1 + \frac{d^2}{4}}. \end{aligned} \right\}$$

Отсюда
$$\frac{\omega_b - \omega_n}{\omega_0} = \frac{\Delta\omega_K}{\omega_0} = d = \frac{1}{Q}, \quad (38)$$

т. е. относительная полоса пропускания равна затуханию контура. Следует иметь в виду, что если к контуру подключено сопротивление нагрузки R_n (рис.6), то во всех зависимостях вместо Q следует учитывать добротность нагруженного контура Q_n . В частности, полоса пропускания нагруженного контура

$$\frac{\Delta\omega_{K \cdot n}}{\omega_0} = d_n = \frac{1}{Q_n} \quad (39)$$

увеличивается, а значит избирательные свойства контура ухудшаются.

1.4. Передаточные функции последовательного контура.

Два основных варианта использования последовательного контура в схеме четырехполюсника представлены на рис.11. Входным напряжением в обеих схемах является э.д.с. источника ($\dot{U}_1 = \dot{E}$); выходное

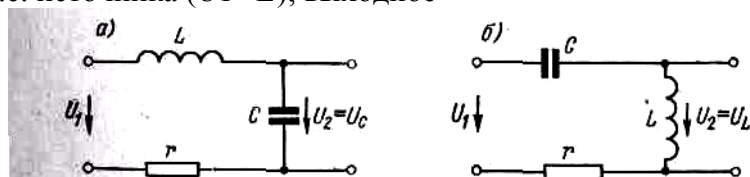


Рис. 4-11. К расчету передаточной функции последовательного колебательного контура

напряжение снимается с емкости (рис.1,а), или с индуктивности (рис.11,б).

Рассмотрим случай резонанса ($\omega = \omega_0$), когда напряжения uLp и uCp равны по величине и противоположны по фазе.

Коэффициент передачи напряжения (передаточная функция по напряжению) цепи (рис.11,а)

$$K_{Cp}(j\omega) = \frac{\dot{U}_{Cp}}{\dot{U}_1} = \frac{-jx_{Cp}}{Z_{вх.р}} = -j \frac{x_{Cp}}{r}.$$

Т.к. $x_{Cp} = \rho$,

$$K_{Cp}(j\omega_0) = -j \frac{\rho}{r} = -jQ. \quad (40)$$

Аналогично для коэффициента передачи при снятии напряжения с индуктивности (рис.11,б) получим

$$K_{Lp}(j\omega_0) = i \frac{p}{r} = jQ. \quad (41)$$

Итак, при резонансе модули коэффициентов передачи в обеих схемах одинаковы:

$$K_{Cp}(\omega_0) = K_{Lp}(\omega_0) = Q. \quad (42)$$

Т.о. настроенный последовательный контур обладает свойством усиливать подведенное напряжение, причем коэффициент усиления напряжения равен добротности контура Q . Поэтому резонанс в последовательном колебательном контуре называют резонансом напряжений.

В случае расстроенного контура (рис.11,а) имеем

$$K_C(j\omega) = \frac{-jX_C}{Z_{BX}} = \frac{-j}{\omega C Z_{BX}} e^{-j\varphi},$$

где φ - угол сдвига фаз между напряжением и током.

С учетом $r/Z_{BX} = n(\omega)$, домножив и разделив выражение на $\omega\theta$, получим

$$K_C(j\omega) = n(\omega) Q \frac{\omega_0}{\omega} e^{-i\left(\frac{\pi}{2} + \varphi\right)}. \quad (43)$$

Аналогично расчеты для коэффициента передачи цепи (рис.11,б),

$$K_L(j\omega) = \frac{jX_L}{Z_{BX}} = n(\omega) Q \frac{\omega}{\omega_0} e^{-i\left(\varphi - \frac{\pi}{2}\right)}. \quad (44)$$

Соответственно модули коэффициентов передачи будут

$$K_C(\omega) = n(\omega) Q \frac{\omega_0}{\omega}; \quad (45)$$

$$K_L(\omega) = n(\omega) Q \frac{\omega}{\omega_0}. \quad (46)$$

Отсюда видно, что частотные зависимости модуля коэффициентов передачи можно получить умножением уравнения предельной резонансной характеристики $n(\omega)$ на добротность Q отношение частот $\omega\theta/\omega$ или $\omega/\omega\theta$.

На рис.12 изображена ЧХ $K_C(\omega/\omega\theta)$, построенная для добротности $Q=10$. При $\omega=0$ величина $K_C=1$, т.к. при постоянном напряжении ток равен нулю и все напряжение источника питания оказывается приложенным к емкости. Максимум K_C получается при частоте, несколько меньшей, чем резонансная, и величина его несколько превосходит Q . Когда $\omega \rightarrow \infty$, коэффициент $K_C \rightarrow 0$, т.к. $1/\omega C \rightarrow 0$. На рисунке штриховой линией нанесена предельная резонансная кривая $Qn(\omega/\omega\theta)$. Как видно, в области малых расстройок и при значительных величинах Q эти кривые почти точно совпадают.

ЧХ $K_L(\omega/\omega\theta)$ приведена на рис.13. При $\omega=0$ коэффициент передачи K_L также равен нулю ($\omega L=0$). Своего максимального значения K_L достигает на частоте, несколько превосходящей резонансную; величина максимума K_L оказывается немного больше, чем Q . Если $\omega \rightarrow \infty$, величина $K_L \rightarrow 1$, т.к. на очень высоких частотах величинами r и $1/\omega C$ можно пренебречь по сравнению с ωL и практически все подводимое напряжение приложено к индуктивности L . Штриховой линией на рисунке показана предельная резонансная кривая $Qn(\omega/\omega\theta)$, которая при частотах, близких к резонансной, почти точно совпадает с ЧХ $K_L(\omega/\omega\theta)$.

Т.о., в области малых расстройок, когда $\omega/\omega\theta \approx 1$, можно приближенно считать, что

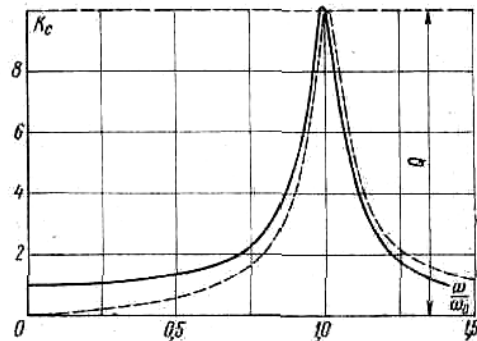


Рис. 4-12. Характеристики $K_C(\omega)$

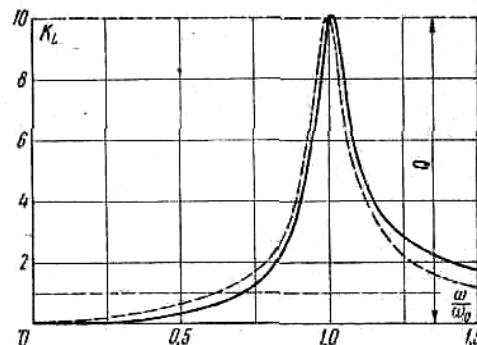


Рис. 4-13. Характеристики $K_L(\omega)$

$$K_L \approx K_C \approx Qn = \frac{Q}{\sqrt{1+\xi^2}}, \quad (47)$$

т.е. частотные характеристики относительных напряжений на индуктивности UL/UI и на емкости Uc/UI имеют такой же вид, как предельная резонансная кривая, отличаясь от нее лишь постоянным множителем Q .

Из формул (43), (44), вытекает, что фазовый угол

$$\text{коэффициента } K_C \quad \varphi_{K_C} = -\left(\varphi + \frac{\pi}{2}\right),$$

а коэффициента K_L

$$\varphi_{K_L} = -\left(\varphi - \frac{\pi}{2}\right).$$

Отсюда следует, что фазо-частотные характеристики $\varphi_K(\omega)$ коэффициентов передачи отличаются от характеристики $\varphi(\omega)$ только сдвигом на $\pi/2$ вверх или вниз.

1.5. Влияние внутреннего сопротивления генератора на избирательные свойства последовательного колебательного контура.

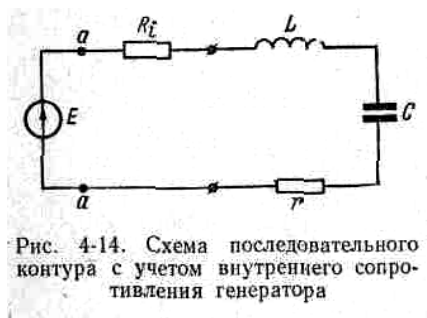


Рис. 4-14. Схема последовательного контура с учетом внутреннего сопротивления генератора

Предельные резонансные характеристики тока в контуре и напряжений на его реактивных элементах получены при допущении, что амплитуда напряжения, подведенного к контуру, неизменна. Это равносильно цепи с идеализированным источником напряжения, т.е. с нулевым внутренним сопротивлением. В действительности контур питается некоторым реальным генератором. Это может существенно влиять на полосу пропускания цепи и избирательные свойства контура.

Для оценки влияния параметров источника на избирательные свойства контура, заменим действительный генератор последовательной эквивалентной схемой (рис.14). Внутреннее сопротивление генератора в общем случае величина комплексная: $Z_i = R_i + jX_i$. Однако в дальнейшем примем во внимание только активную составляющую R_i считая, что некоторым изменением индуктивности или емкости контура можно добиться компенсации X_i .

Эквивалентную схему, изображенную на рис.14, можно рассматривать как колебательный контур, с активным сопротивлением $r_{\Sigma} = r + R_i$, питаемый в точках $a-a$ неизменным напряжением $U = E$. К этому контуру применимы все установленные выше соотношения. В частности, добротность эквивалентного контура

$$Q_{\Sigma} = \frac{p}{r + R_i} = \frac{Q}{1 + \frac{R_i}{r}} \quad (48)$$

Q_{Σ} меньше собственной добротности контура Q , т.е. частотная избирательность системы ухудшается: полоса пропускания с учетом внутреннего сопротивления $\Delta\omega_{к.з.} = \omega_0/Q_{\Sigma}$ превышает полосу пропускания контура $\Delta\omega_{к.} = \omega_0/Q$.

Уравнение резонансной характеристики нормированного тока эквивалентного контура

$$n\left(\frac{\Delta\omega}{\omega_0}\right) = \frac{1}{\sqrt{1+\xi_{\Sigma}^2}} \approx \frac{1}{\sqrt{1+\left(2Q_{\Sigma}\frac{\Delta\omega}{\omega_0}\right)^2}}. \quad (49)$$

Только при $R_i \rightarrow 0$ эта характеристика приближается к предельной резонансной кривой (рис.15). Итак, чем больше внутреннее сопротивление R_i , тем меньше эквивалентная добротность цепи и шире полоса пропускания (рис.16). Т.о., с точки зрения избирательности последовательный колебательный контур целесообразно

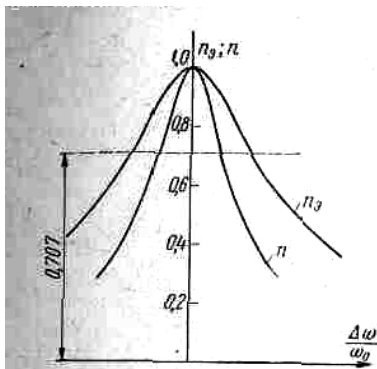


Рис. 4-15. Влияние параметров генератора на вид амплитудно-частотной характеристики последовательного колебательного контура

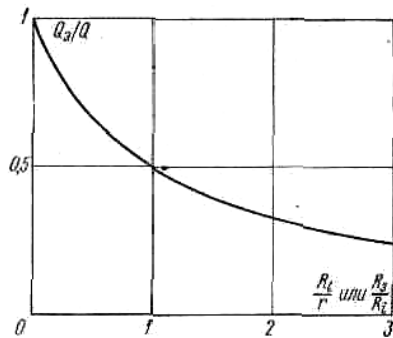


Рис. 4-16. Зависимость Q_3/Q от R_i/r (в случае последовательного контура) или от R_3/R_i (в случае параллельного контура)

применять, когда внутреннее сопротивление генератора достаточно мало ($R_i \ll r$).

2. Практическое задание на лабораторную работу.

На рис.17 изображена электрическая схема лабораторного макета, представляющего собой последовательный колебательный контур, резонансная частота которого определяется по формуле:

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

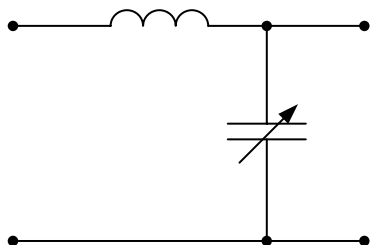


Рис.17. Последовательный колебательный контур.

Для проведения лабораторной работы необходимо к входным контактам макета (1-1) подключить выход высокочастотного генератора, а к выходным зажимам (2-2) – осциллограф.

Целью данной работы является нахождение АЧХ последовательного контура при трёх произвольных значениях ёмкости контура, изменяемого регулятором на лицевой панели макета.

Последовательность выполнения работы:

1. Установить постоянный уровень сигнала на выходе генератора и поддерживать его при изменении частоты.

2. Установить регулятор ёмкости конденсатора в произвольное положение (например, крайнее левое).
3. Изменяя частоту генератора, определить резонансную частоту контура (значение при котором амплитуда выходного сигнала будет максимальна).
4. В области резонанса измерить уровень выходного сигнала для 6-7 значений частот генератора, занести полученные значения в таблицу.
5. С помощью регулятора изменить значение ёмкости контура и повторить пп.3,4, затем проделать то же самое при третьем положении регулятора.
6. Построить резонансные кривые контура, в соответствии с данными из таблицы, для трёх значений ёмкости на одном графике.
7. По графикам вычислить и сравнить значения полос пропускания и добротностей контура для 3-х случаев.

3. Содержание отчёта по лабораторной работе.

1. Цель работы, состав лабораторного стенда (макет, генератор, осциллограф).
2. Лабораторный макет. Схема электрическая принципиальная.
3. Полученные таблицы и графики.
4. Расчёты полос пропускания и добротностей.
5. Выводы по лабораторной работе, сравнение экспериментальных данных с теоретическими.

4. Контрольные вопросы.

1. Понятие частотной избирательности цепи.
2. Последовательный колебательный контур. Входное сопротивление контура.
3. Векторные диаграммы токов и напряжений в последовательном колебательном контуре.
4. Резонанс в последовательном колебательном контуре. Основные параметры, характеризующие резонанс. Методы достижения резонанса в цепи.
5. Энергетические соотношения в контуре. Добротность.
6. Влияние нагрузки на избирательные свойства контура.
7. Входные частотные характеристики последовательного колебательного контура. Зависимость входного сопротивления от частоты.
8. Входные частотные характеристики последовательного колебательного контура. Зависимость нормированного тока от частоты.
9. Полоса пропускания.
10. Передаточная функция последовательного колебательного контура.

11. Влияние параметров генератора на избирательные свойства последовательного колебательного контура.

5. Литература.

1. Зернов И.В., Карпов В.Г. Теория радиотехнических цепей. – Л.: Энергия, 1972.
2. Манаев Е.И. Основы радиоэлектроники. М.: Сов. радио, 1976.
3. Гольдин О.Е. Задачник по теории электрических цепей. – М.: Высш. школа, 1969.
4. Садовский А.С. Задачник по теории электрической связи. – ГИ литературы по вопросам связи и радио, 1963.
5. Жуков В.П., Карташев В.Г., Николаев А.М. Сборник задач по курсу «Радиотехнические цепи и сигналы». – М.: Сов.радио, 1972.
6. Гоноровский И.О. Радиотехнические цепи и сигналы. – М.: Сов.радио, 1971.
7. Гуревич И.В. Основы расчетов радиотехнических цепей. – М.: Связь, 1975.
8. Аксельрод С.М. и др. Задачник по радиотехнике и радиолокации. – ГЭИ, 1962.
9. Шебес М.Р., Каблукова М.В., Задачник по теории линейных электрических цепей. – М.: «Высшая школа», 1990.